

Correction Fiche N° 1

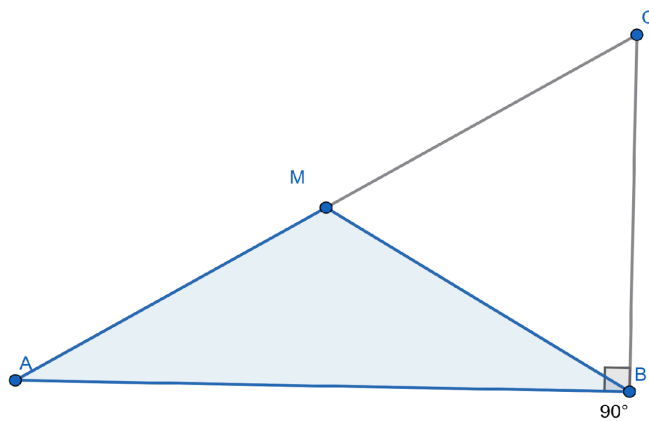
Exercice n°1

1. Construction de la figure

Pour construire la figure :

1. Placez les points A et B.
2. Placez le point M de sorte que $MA = MB$ (triangle isocèle).
3. Le point C étant le symétrique de A par rapport à M, cela signifie que **M est le milieu du segment [AC]**.

Figure Ci jointe :



LA FIGURE

2. Démonstration

Pour prouver que le triangle ABC est rectangle (en B), nous allons utiliser la propriété de la médiane.

Étape 1 : Identifier les égalités de longueurs

- Puisque le triangle AMB est isocèle en M, nous avons :

$$MA = MB$$

- Puisque C est le symétrique de A par rapport à M et M est le milieu de[AC]. On a donc :

$$MA = MC$$

Étape 2 : Conclusion sur les longueurs

D'après les deux égalités précédentes, on en déduit que :

$$MA = MC = MB$$

Étape 3 : Application de la propriété de la médiane

Dans le triangle ABC :

- Le point M appartient au segment [AC] et $MA = MC$, donc [BM] est la **médiane** issue du sommet B.
- Nous avons montré que la longueur de cette médiane est égale à la moitié de la longueur du côté opposé :

$$\text{Donc } (MB = MA = MC)$$

Propriété : Si dans un triangle, la longueur de la médiane issue d'un sommet est égale à la moitié de la longueur du côté opposé, alors ce triangle est **rectangle** en ce sommet.

Conclusion :

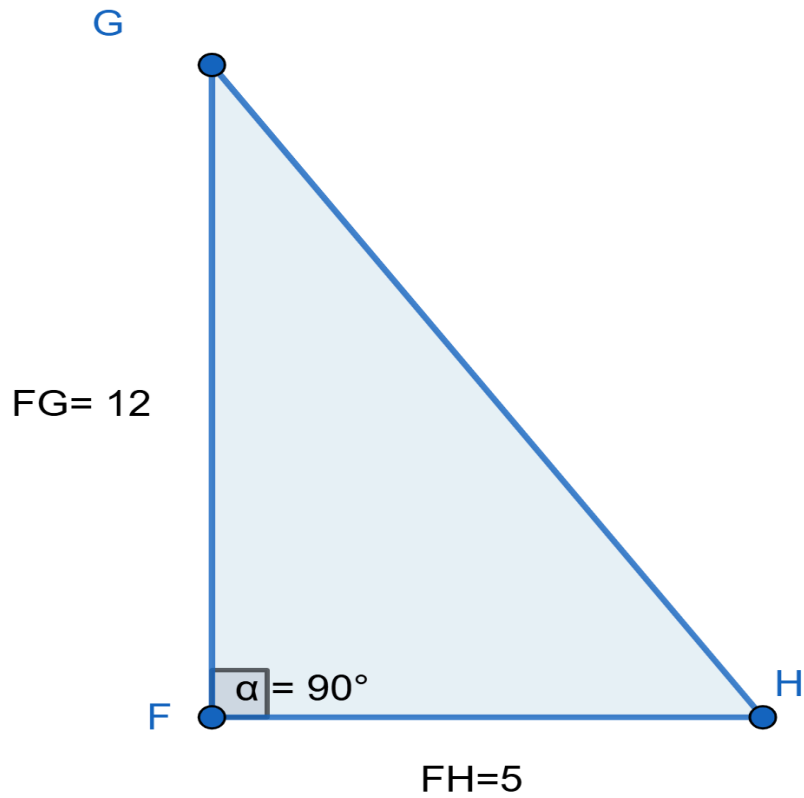
Le triangle **ABC est rectangle en B.**

Exercice 2 : Théorème de Pythagore et Trigonométrie

1. Construction de la figure

Pour tracer cette figure :

1. Tracez un segment [FG] de 12 cm.
2. Tracez la perpendiculaire à [FG] passant par F.
3. Placez le point H sur cette perpendiculaire à 5 cm de F.
4. Reliez G et H pour former l'hypoténuse



Figure

2. Calcul de la distance GH

Dans le triangle FGH rectangle en F, d'après le **théorème de Pythagore**, nous avons

$$GH^2 = FG^2 + FH^2$$

Application numérique :

$$GH^2 = 12^2 + 5^2$$

$$GH^2 = 144 + 25$$

$$GH^2 = 169$$

$$GH = \sqrt{169}$$

$$GH = 13$$

3. Calcul des cosinus

La formule du cosinus dans un triangle rectangle est :

Cos d'un angle = Côté Adjacent / Hypoténuse

Calcul de $\cos \hat{F}GH$

Le côté adjacent à l'angle $\hat{F}GH$ est [FG].

$$\cos \hat{F}GH = \frac{FG}{GH}$$

$$\cos \hat{F}GH = \frac{12}{13} = 0,92$$

Calcul de $\cos \hat{F}HG$:

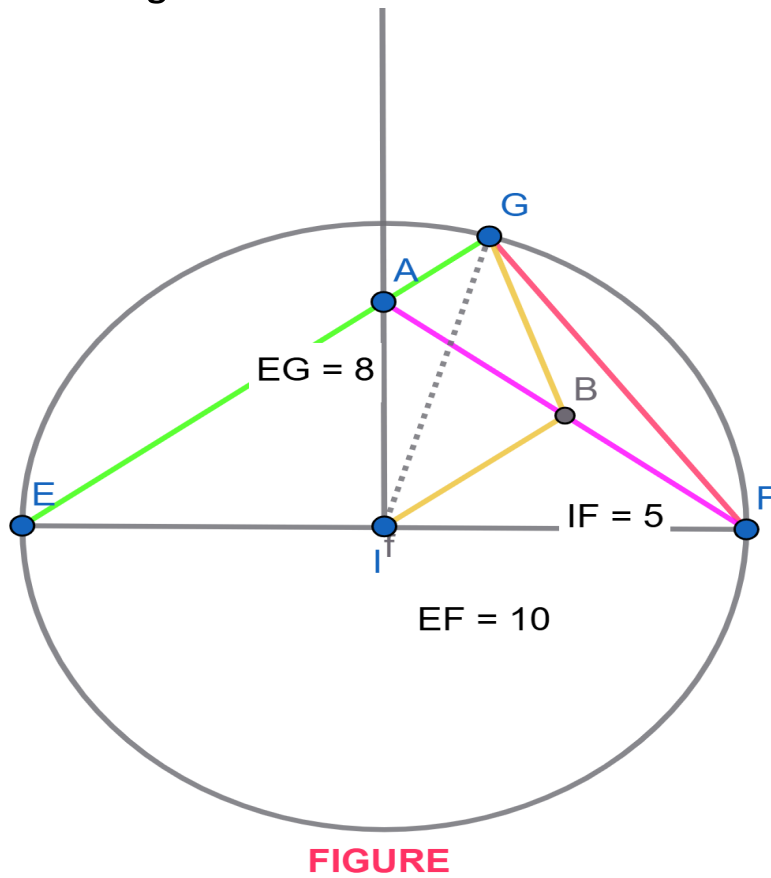
Le côté adjacent à l'angle $\hat{F}HG$ est [FH].

$$\cos \hat{F}HG = \frac{FH}{GH}$$

$$\cos \hat{F}HG = \frac{5}{13} = 0,38$$

EXERCICE 3

1. Construction de la figure



Pour réaliser la figure avec précision :

- Tracez un cercle de centre I et de rayon **5 cm**.
- Tracez un diamètre $[EF]$, sa longueur est donc de **10 cm**.
- Placez le point G sur le cercle à l'aide d'un compas réglé sur **8 cm** à partir du point
-

2. Démontrer que EFG est rectangle en G

Propriété : Si un triangle est inscrit dans un cercle et que l'un de ses côtés est un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle et ce côté est son hypoténuse.

- Le triangle EFG est inscrit dans le cercle (C) .
- $[EF]$ est un diamètre de ce cercle.
- **Conclusion :** Le triangle EFG est rectangle en G .

3. Calcul de la longueur FG

Dans le triangle EFG rectangle en G, nous appliquons le **théorème de Pythagore** :

$$EF^2 = EG^2 + FG^2$$

$$102 = 82 + FG^2$$

$$100 = 64 + FG^2$$

$$FG^2 = 100 - 64 = 36$$

$$FG = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

4. Déterminer $\cos \hat{FEG}$

Dans le triangle EFG rectangle en G :

$$\cos \hat{FEG} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{EG}{EF}$$

$$\cos \hat{FEG} = \frac{4}{5} = 0,8$$

5. Étude des points A et B

a) Montrer que $BI = BG$

On considère le triangle AGF rectangle en G (puisque G appartient au cercle et $\angle EGF = 90^\circ$)

B est le milieu de l'hypoténuse [AF].

Or, dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit.

Donc $BA = BF = BG$.

Cependant, pour prouver $BI = BG$, on considère le **triangle AIF**.

On a $(IA) \perp (EF)$ en I, donc AIF est rectangle en I.

Comme B est le milieu de l'hypoténuse [AF], on a $BI = AF/2$.

Puisque B est le milieu de l'hypoténuse des deux triangles rectangles **AIF** et **AGF** partageant la même hypoténuse [AF]

Conclusion : $BI=AF/2$ et $BG=AF/2$, donc **BI=BG.**

b) Montrer que $AE=\frac{25}{4}$ cm

Dans le triangle AIE rectangle en I :

- Le point I est le milieu de [EF], donc $IE=5$ cm.
- Les angles FEG (du triangle EFG) et IEA (du triangle AIE) *sont identiques*. Nous savons que $\cos(IEA)=\frac{EI}{EA}$. D'après la question 4, $\cos(FEG)=0,8$
- (soit $\frac{4}{5}$).

$$\frac{4}{5} = \frac{EI}{EA}$$

$$4 \times EA = 5 \times 5 \Rightarrow AE = \frac{25}{4} = 6,25 \text{ cm}$$

c) Calculer AF et AI

- **Calcul de AI :** Dans le triangle AIE rectangle en I, d'après Pythagore :

$$AI^2 = AE^2 - IE^2 = (6,25)^2 - 5^2$$

$$AI^2 = 39,0625 - 5^2 = 14,0625$$

$$AI = \sqrt{14,0625} = 3,75 \text{ cm}$$

Calcul de AF : Dans le triangle AIF rectangle en I :

$$\text{On a : } AF = AI + IF$$

Comme I est le centre du cercle, $IF=5$ cm.

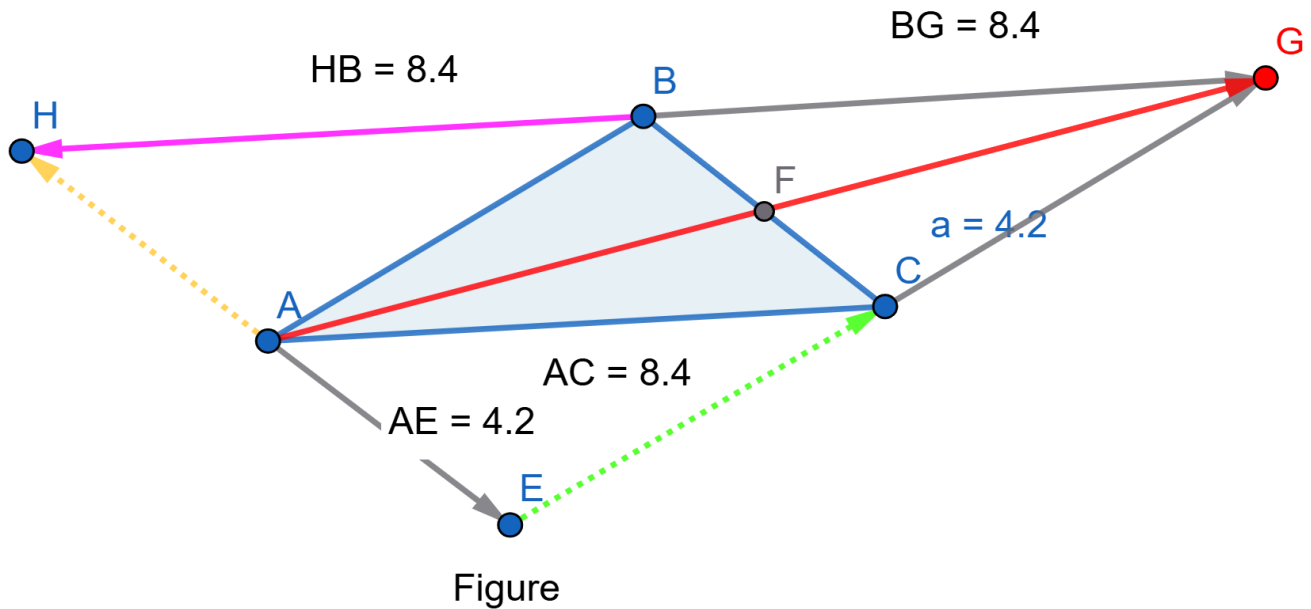
$$AF^2 = (3,75)^2 + 5^2 = 14,0625 + 25 = 39,0625$$

$$AF = \sqrt{39,0625} = 6,25 \text{ cm}$$

(NB : On remarque que $AF=AE$, le triangle AEF est donc isocèle en A).

Exercice 4

1 / : Constructions géométriques



Pour réaliser ces constructions, nous utilisons les propriétés des vecteurs et la relation de Chasles.

1/ Point E ($\vec{AE} = \vec{BC}$)

Le vecteur \vec{AE} est égal au vecteur \vec{BC} . Cela signifie que le quadrilatère $ABCE$ est un parallélogramme .

Pour le placer, partez du point A et tracez un segment parallèle et de même longueur que $[BC]$, dans le même sens.

2/ Point F ($\vec{CF} = \vec{FB}$):

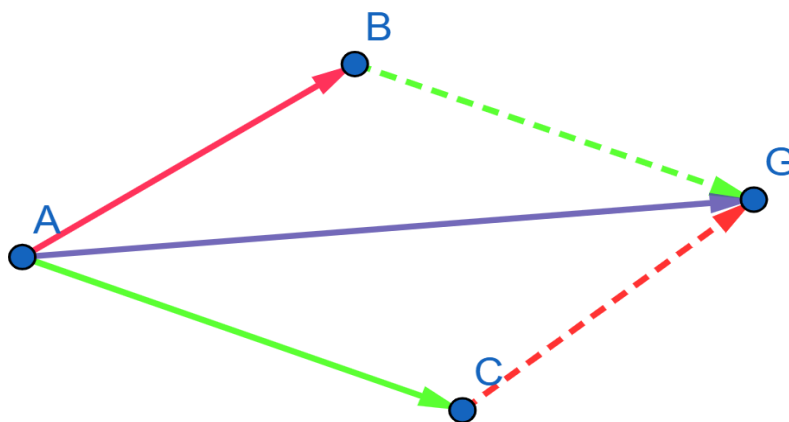
$$\text{Si } \vec{CF} = \vec{FB} \quad ,$$

alors F est exactement le milieu du segment $[CB]$. En effet, cela implique

$$\text{que } \vec{CF} + \vec{BF} = \vec{0}$$

3/Point G ($\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AG}$):

On utilise ici la règle du parallélogramme. Le point **G** est le quatrième sommet du parallélogramme construit à partir des côtés [AB] et [AC]. Le vecteur AG correspond à la diagonale de ce parallélogramme partant de A.



Figure

4/Point H (Image de B par la translation de vecteur \vec{CA}):

Dire que H est l'image de B par la translation de vecteur \vec{CA} revient à écrire l'égalité vectorielle:

$$\vec{BH} = \vec{CA}$$

Le quadrilatère BCAH est un parallélogramme. Partons de B et reportons la longueur, la direction et le sens du vecteur allant de C vers A.

$$\vec{BH} = \vec{CA}$$

5/ : Simplifications vectorielles

Pour simplifier ces expressions, nous appliquons la relation de Chasles : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.

• Calcul de $\vec{KS} + \vec{ST} + \vec{TK}$:

1. On combine d'abord les deux premiers vecteurs : $\vec{KS} + \vec{ST} = \vec{KT}$

2. On ajoute le dernier : $\vec{KT} + \vec{TK} = \vec{KK}$

3. Le résultat est le vecteur nul :

$$\vec{KS} + \vec{ST} + \vec{TK} = \vec{0}$$

- Calcul de $\vec{MN} + \vec{NM}$:

1. En appliquant la relation de Chasles directement: $\vec{MN} + \vec{NM} = \vec{MM}$
2. Le résultat est également le vecteur nul :

$$\vec{MN} + \vec{NM} = \vec{0}$$

(Note: \vec{NM} est l'opposé de \vec{MN} , donc leur somme est nulle par définition).